

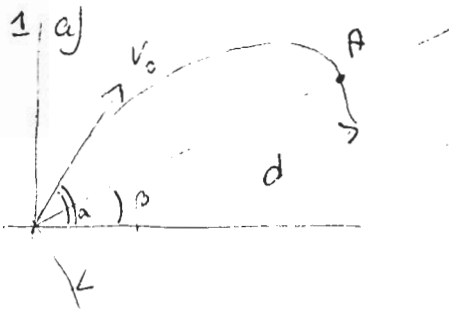
# MECHANICA

## TOETS 1

20-12-2002

1. Een projectiel wordt onder een hoek  $\alpha$  gelanceerd met een beginsnelheid  $v_0$ . De lancering vindt plaats langs een hellend vlak met hellingshoek  $\beta$  ( $\alpha > \beta$ ).
  - a. Bereken de afstand die het projectiel aflegt langs het hellend vlak.
  - b. Bereken hoek  $\alpha$  waarbij deze afstand maximaal is.
  - c. Bereken de maximale afstand.
  
2. Een massa van 100 g hangt aan een veer en kan harmonisch trillen. De veerconstante is 10 N/m. In de evenwichtsstand wordt aan de massa een snelheid gegeven van 1 cm/s.
  - a. Bereken de maximale uitwijking van de massa.
  - b. Bereken de maximale potentiële energie.
  
3. Een rotsblok komt met een beginsnelheid nul vanuit het oneindige het gravitatieveld van de aarde in. Door voortvarende fysici is een uitkijkpost gebouwd op een toren die drie aardstralen hoog is boven het aardoppervlak. Een waarnemer in de uitkijkpost stelt de snelheid vast van het neertuimelende rotsblok. De snelheid van het rotsblok vlak boven de grond is, als we afzien van luchtwrijving, ten opzichte van de snelheid bepaald in de uitkijkpost:
  1. Tweemaal zo groot
  2. Driemaal zo groot
  3. Viermaal zo groot
  4. Zesmaal zo groot
  5. Achtmaal zo groot
  6. Negenmaal zo groot
  7. Zestienmaal zo grootGeef een toelichting bij je keuze!

Puntenverdeling: 1: 7 (a-3, b-2, c-2); 2: 5 (a-3, b-2); 3: 6 (antwoord 2, uitleg 4)



$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

$$y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$\Rightarrow y = v_0 \sin \alpha \cdot \frac{x}{v_0 \cos \alpha} - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha}$$

$$y = x \tan \alpha - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha}$$

In A geldt:  $y = d \sin \beta$  en  $x = d \cos \beta \quad \Rightarrow$

$$d \sin \beta = d \cos \beta \tan \alpha - \frac{g d^2 \cos^2 \beta}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} \quad \Rightarrow \quad 0 = d \left[ \frac{g d \cos^2 \beta}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} - \cos \beta \tan \alpha + \sin \beta \right]$$

$$\Rightarrow d = \frac{2 (\cos \beta \tan \alpha - \sin \beta) v_0^2 \cos^2 \alpha}{g \cos^2 \beta} = \frac{2 v_0^2 \cos \alpha [\cos \beta \sin \alpha - \sin \beta \cos \alpha]}{g \cos^2 \beta}$$

$$\Rightarrow d = \frac{2 v_0^2 \cos \alpha \cdot \sin(\alpha - \beta)}{g \cos^2 \beta}$$

b) maximum:  $\frac{d}{d\alpha}(d) = 0 = \frac{2 v_0^2}{g \cos^2 \beta} \left\{ -\sin \alpha \sin(\alpha - \beta) + \cos \alpha \cos(\alpha - \beta) \right\} =$

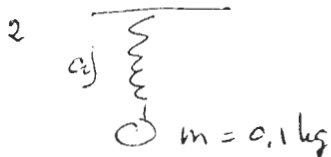
$$0 = \frac{2 v_0^2}{g \cos^2 \beta} \cos(2\alpha - \beta)$$

$\Rightarrow$  de voorwaarde houdt in:  $\cos(2\alpha - \beta) = 0$

$$\Rightarrow 2\alpha - \beta = \frac{\pi}{2}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\beta}{2}$$

c) Berekening  $d_{\max} \Rightarrow d_{\max} = \frac{v_0^2}{g(1 + \sin \beta)}$



$k = 10 \text{ N/m} \quad v_{\max} = 0.01 \text{ m/s}$

$$\frac{1}{2} m v_{\max}^2 = \frac{1}{2} k x_{\max}^2$$

$$0.1 \cdot (0.01)^2 = 10 \cdot x_{\max}^2 \quad \Rightarrow \quad x_{\max}^2 = 10^{-6} \quad x_{\max} = \underline{0.001 \text{ m}}$$

b)  $\frac{1}{2} k x_{\max}^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot (10^{-3})^2 = \underline{5 \cdot 10^{-6} \text{ J}}$

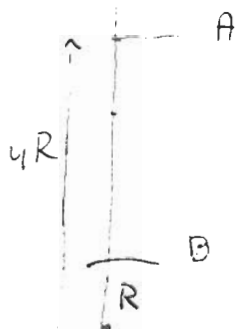
3  $T_{\infty} = 0 \quad U_{\infty} = 0 \quad (T+U)_{\infty} = 0$

In A dus ook  $(T+U)_A = 0 \quad \frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{\rho M m}{4R} = 0 \Rightarrow v_1^2 = \frac{2 \rho M}{4R}$

In B:  $\frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{\rho M m}{R} \Rightarrow v_2^2 = \frac{2 \rho M}{R}$

$$\Rightarrow v_2^2 = 4 v_1^2$$

$$\underline{\underline{v_2 = 2 v_1}}$$



Antwoord 1